江 戸 時 代 の 数 学

—『塵劫記』を中心に—

鹿　島　秀　元

０．はじめに

最初に本論文は、「和算」を専門とはしない、がしかし、「和算」について非常に興味を持っている筆者が、数学研究者及び数学教育者としての観点から手掛けたものである事を注意しておく。

従って、「和算」専門家達諸賢の御批判も、甚だ多いかと存じる。その節は御教示宜しく御願いしたい。

さて「和算」と一言で言っても、内容的にも歴史的にも非常に広範にわたる。よって本論文では、江戸時代の人々の数学的興味の喚起に重要な役割を果たした『塵劫記』を中心に論述する事にする。

第１節では、和算史の概略、及び特筆すべき和算家達の成果について論じる。

第２節では、前節で見た和算史の中における『塵劫記』の内容的位置付け、及び著者である吉田光由について論じる。

第３節では、前節で見た『塵劫記』の内容の中で筆者が特に興味を持つものを取り上げ具体的に論じる。

第４節では、「和算」の問題と答を記した「算額」について appendix 的に述べる。

１．和算史概略

先ず「和算」の定義であるが、日本において幕末から明治初期に入ってきた西洋数学の影響を受ける以前に日本独自の発達を遂げた数学を「**和算**」と言う事にする。

では、「和算」はどこまで遡る事が出来るかというと、形式的には養老律令が制定された頃であろう。

718（養老２）年に「養老令」の中の「学令」に大学寮の制度が記されてあり、それによると大学数学系定員として教員である算博士２人と生徒である算生30人を置く事となっている。また数学の教科書は、孫子、五曹、九章、海嶋、六章、綴術、三開重差、周髀、九司となっている。

しかしこの頃の数学教育の水準は低いと考えた方が良く、算博士の地位もさほど高くはなかった。やがて算博士の地位は世襲化してしまい室町時代の末期頃まで世襲制度が続く。だから独自の数学どころではない。初めに述べた形式的にはというのはこの様な意味である。

970（天禄１）年には、源為憲（みなもとのためのり）が左親衛相公藤原為光の子の教育の為に編集した教科書『口遊』を著し、現在のものとは違い逆順に九九八十一から始まっている「九九」の表や現在で言うところの数列に関する問題である「竹束の問題」を載せている。

「竹束の問題」とは具体的には、「今有竹束周員二十一問惣数幾」と言う様な問題である。図1.1の様に中心に竹を３本置いて、その外周に９本、その外周に15本、…と束ねていく時、最も外側の周に置いてある竹の本数（21本）を情報源にして、束ねられた竹の総本数を答える問題である。

第n周までに束ねられる竹の総本数S_nは

$S_n = \sum_{k=1}^{n} (6k-3) = 3n^2$ で与えられる。よって、今の場合

$6n-3=21$ より $n=4$ となるので、$S_4 = 3 \times 4^2 = 48$ 本となる。

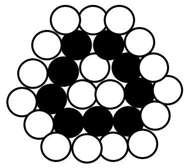


図1.1

1330（元徳２）年、吉田兼好が『徒然草』を著し、「花は盛りに」の章に「まま子立てといふものを双六の石にて作て、立て並べたる程は、…」という継子立に関する文が載っている。

「継子立」は問題文自体には大変問題が有るのだが、西洋においても瓜二つの問題が Josephus の問題、或いはトルコ人とキリスト教徒の問題として知られており、日本では『塵劫記』の中で採り上げられて有名になった非常に興味深い問題である。これについては後の節で詳述する。

1592（文禄１）年頃、中国の数学書『算学啓蒙』、『算法統宗』が伝来する。

『算学啓蒙』は中国の元の時代1299年に朱世傑が著した数学書であるが、中国では早い時期に失われており日本に伝来した経緯は定かではない。豊臣秀吉が朝鮮出兵の際に誰かが中国から朝鮮に伝わっていたものを持ち帰ったという説が在る。

この書物には「天元術」が述べられている。これは高次方程式を「算木」（算木は時代によって形状の相違が有るが、江戸時代末期のものは１辺６㎜、長さ36㎜の正四角柱で、色は赤と黒の2種類で、赤で正数を黒で負数を表す木である）と言う計算道具を使って解く方法である。そしてこの方法は英国の Horner が500年後の1819年に発表し、Horner 法として現在よく知られている方程式の数値解法に他ならないのである。

『算法統宗』は中国の明の時代1592年に程大位が著した数学書であり、江戸時代初期の「和算」の発展に大きく寄与した書物である。また『塵劫記』はこの書物を手本にしたとも言われている。

1598（慶長３）年、吉田光由が生まれる。

1600（慶長５）年頃、現存する刊本としては最古の数学書『算用記』（龍谷大学蔵）が刊行される。著者は不明であるが、八算（割算）、角柱や球の体積、利息算等を扱っている。

1622（元和８）年、毛利重能（しげよし）が『割算書』を刊行する。毛利重能の弟子に吉田光由や今村知商（ともあき）等がいる。この書物には実際のところは表題が付いていないので不明なのであるが、昭和２年に刊行された『古代数学集』で『割算書』と名付けられた。本書物で初めて割算の割声が載せられた。

1627（寛永４）年、吉田光由が『塵劫記』を３巻本として著す。この書物の内容に関しては後の節で詳述する。

1629（寛永６）年、吉田光由が『塵劫記』を５巻本として改訂刊行する。

1631（寛永８）年、吉田光由が『塵劫記』を３巻本に編集し直す。

1634（寛永11）年、吉田光由が『新篇塵劫記』を４巻本として刊行する。

1639（寛永16）年、今村知商が『竪亥録』を刊行する。本書物で用いられた術語は後の和算書に踏襲されたものが多い。『塵劫記』と並ぶ初期和算の代表的な書物である。

『塵劫記』は仮名まじり文で書かれた実用生活数学書であるのに対して、本書物は漢文で書かれた理論数学書である。

1641（寛永18）年、吉田光由が『新篇塵劫記』（遺題本）を刊行する。巻末に解答を付けない問題を12題載せて、世の数学者に挑戦した。これを解いた者がまた自分で難問を創造し、出版するという風潮が流行する契機となる。この風潮を遺題継承と言い、これは和算の発展に多大な貢献をする事になった。

1648（慶安１）年、吉田光由が永禄元年から明暦２年までの暦を示した『古暦便覧』を刊行する。

1653（承応２）年、榎並和澄（えなみともすみ）が『塵劫記』の遺題を最初に解いた『参両録』を刊行する。遺題継承の始まりである。

1659（万治２）年、山田正重が『改算記』を、奥州二本松藩士である磯村吉徳が『算法闕疑抄』を刊行する。『改算記』は『塵劫記』に次ぐベストセラーであり、幕末まで発行され、3巻から成る。『算法闕疑抄』はそれまでの和算書の集大成と言えるものである。

1663（寛文３）年、村松茂清が『算俎』を刊行する。この書物では正 $2^{15}=32768$ 角形までの周の長さを計算し、円周率 π の値を3.1415926まで正しく計算した最初のものである。

1671（寛文11）年、沢口一之が天元術の解説書『古今算法記』を刊行する。沢口一之は大坂の橋本正数の弟子で、彼等のグループは天元術を正しく理解した最初のグループとされる。

1674（延宝２）年、関孝和（たかかず）が『発微算法』を刊行する。この書物は関孝和の著作で唯一出版されたものであり、天元術のみでは解けない高次の多元連立方程式の問題である『古今算法記』の遺題に対する解答書である。関は本書物に遺題を付けず、これをもって遺題継承に終止符が打たれた事になる。また、本書物は和算が中国から独立する契機を与えた書物とも言える。

1681（天和１）年、関孝和が暦を作る計算方法を示した『授時暦経立成之法』を著わす。

1683（天和３）年、関孝和が『解伏題之法』を著す。本書物で関は行列式の発見をしている。

1685（貞享２）年、関孝和が方程式を Horner 法で解く方法を説明した『解隠題之法』を、方程式の解法から解の吟味をして、判別式から極大極小を論じようとした『開法翻変之法』を著す。

1690（元禄２）年、井関知辰が『算法発揮』を刊行する。本書物は行列式を記した世界初の刊本である。Vandermonde（1735～1796）の展開形式を述べた最初のものである。

1710（宝永７）年、関孝和とその弟子である建部賢弘（たけべかたひろ）、建部賢明（かたあきら）（建部賢弘の兄）達が編集した『大成算経』が完成する。本書物は天和3年から宝永7年までの28年をかけて編纂した和算の全集である。

1722（享保７）年、建部賢弘が『綴術算経』、『不休綴術』を著す。前者は、建部賢弘の代表作で

あり、円弧の長さを無限級数展開で求める公式等重要な内容が含まれている。後者は前者とほぼ同内容である。

1726（享保11）年、久留島義太が『平方零約術』を著す。本書物は無理数の連分数展開を述べたものである。

1728（享保13）年、建部賢弘が『累約術』を著す。本書物は Diophantus 近似を論じたものである。西洋数学史上でこれが登場するのは、140年後の1869年の Jacobi's Algorithm が最初である。

1729（享保14）年、松永良弼が『立円率』を著す。本書物は球の体積を区分求積法で求めたものであり、「和算」で区分求積法の初出の書であるとされている。

1733（享保18）年、中根元圭が『歴算全書』に訓点を施す。

1739（元文４）年、松永良弼が円理、角術に関する研究書である『方円算経』を著す。

1743（寛保３）年、中根彦循が数学遊戯に関する絵入りの問題が多く載っている『勘者御伽雙紙』を刊行する。中根彦循は中根元圭の子である。

1784（天明４）年、村井中漸が『算法童子問』を中根彦循の『勘者御伽雙紙』の続編として刊行する。

1789（寛政１）年、藤田貞資が日本各地の神社仏閣に奉納した算額を集めて『神壁算法』を刊行する。

1798（寛政10）年、志筑忠雄が『暦象新書』を著す。本書物はイギリスの John Keill 著のオランダ訳を基礎に志筑自身の説を交えたものである。これをもって、西洋数学の直接の輸入とされる。

1799（寛政11）年、安島直円の遺稿『不朽算法』を高弟日下誠がまとめる。本書物は対数の研究、平方零約術の解説等が含まれている。

1803（享和３）年、高橋至時がフランスのフランデ天文書のオランダ訳の訳解『フランデ暦書管見』を著わす。

1805（文化２）年、和田寧が「円理極数術」を考案する。これは Fermat の方法と同じ考えで極値を導き出すものである。

1810（文化７）年、会田安明が点竄術（日本独特の記号代数）の指南書『算法天生法指南』を刊行する。点竄術を流派によっては天生法（最上流ではこう呼ぶ）とも言った。

1815（文化12）年、坂部広胖が初学者に点竄術を教授する目的で書いた数学全般についての教科書で「和算」史上名著の1つに数えられる『算法点竄指南録』を刊行する。

1830（天保１）年、千葉胤秀が初等数学から高等数学の円理までを分かり易く説明した『算法新書』を刊行する。その分かり易さの為、明治時代でも版を重ねたベストセラーである。

1857（安政４）年、福田理軒が『西算速知』を、柳河春三が『洋算用法』を刊行する。前者は漢数字を用いて筆算の仕方を解説したものであり、後者は算用数字を用いた筆算に関する最初のものである。

1872（明治５）年、学制が制定され小学校では洋算が教えられる事に決定される。制度上の「和算」の終焉である。

これ以後「和算」は洋算の導入により急速に衰える。その大きな理由の１つとして、日本的芸道とも言うべき側面を「和算」の学問的性格に内包していたからであろう。つまり、ギリシャ、西欧の数学の様に哲学や自然科学と関連する雄大な学問体系を成すものではなかったから、その発展には自ずと限界が有ったわけである。

とは言え、以上のごく簡単な和算史の概略中にも特筆すべき和算家達の成果が垣間見られた。以下に、関孝和、建部賢弘、久留島義太の３人の和算家達の成果について少し詳しく述べる事にする。

関孝和（1642?－1708）は群馬県藤岡出身で高原吉種に師事したとも言われるが、定かではない。関孝和の主な成果は次の通りである。

1）傍書法（「和算」における文字式）と代数記号の導入による点竄術の創始、2）行列式の発見、3）方程式の G.W.Horner と同様の近似解法の完成、4）Newton の反復法と同様の方法の発見、5）整式の導関数にあたる整式の導入と判別式の概念の樹立、6）方程式の正の根・負の根の存在条件、7）極大極小論、8）方程式の変換論、9）零約術（連分数論）の発見、10）不定方程式の解法、11）Bernoulli 数の導入、12）正多角形の一般的研究、13）円周率・求積の計算、14）Newton の補間公式に相当する公式、15）楕円の性質、16）Archimedes の螺旋の研究、17）Pappus-Guldin の定理に相当する円環・弧環の求積公式、18）方陣の一般的解法。

建部賢弘（1664－1739）は関孝和の弟子であり、主な成果は次の通りである。

1）円理の公式 $\frac{1}{2}(\arcsin x)^2 = \frac{x^2}{2!} + \frac{2^2 x^4}{4!} + \frac{2^2 \cdot 4^2 x^6}{6!} + \cdots$ を得た、2）３角法の公式を出し、近似公式を作り、11桁の３角関数表を計算した、3）関孝和を助け、関孝和の業績その他を『大成算経』20巻にまとめた、4）円周率 π の値を小数点以下42桁まで計算した。

久留島義太（?－1757）は建部賢弘の弟子である中根元圭の影響を受けた独創的な人で、主な成果は次の通りである。

1）円理に関する極数術（極大極小問題）の開拓、2）行列式論の改良、3）方程式や公式の分類、4）L.Euler 以前に Euler の関数を見出した、5）P.S.Laplace 以前に行列式の Laplace 展開を見出した。

２.『塵劫記』及び吉田光由について

平成15年８月３日、４日にキャンパスプラザ京都に於いて、文部科学省科学研究費特定領域研究「江戸のモノづくり」A01・05班主催、京都デジタルアーカイブ研究センター共催で「角倉フォーラム、江戸初期における京都の技術力、角倉一族の活躍」が開催された。

この「角倉フォーラム」のパンフレットによれば、吉田光由（1598－1672）は角倉一族の1人で彼の祖父吉田宗運は、角倉了以（1554－1614）の従兄弟にあたるとある（図2.1参照）。また彼は若くして数学者毛利重能に師事し、後に角倉了以の子である角倉素庵（1571－1632）に中国の数学書『算法統宗』を学んだ。

角倉素庵は当時の芸術家、知識人（儒者林羅山ら）と深く交流し、自身も寛永の三筆と称される

ほど芸術の才に秀でていた人物であり、当時世界でも比類の無い華麗な本（嵯峨本と称する）を刊行するほど日本の文化に大きな貢献をした人物であった。つまり、吉田光由が彼に学んだ十分納得のいく理由が存在する人物であった。

```
吉田
徳春─宗臨┬宗忠┬光治┬栄可┬休知─栄甫─与作
　　　　　│　　│　　│　　└女子（了以妻）
　　　　　│　　│　　├幻也┬休也─清左衛門─清兵衛
　　　　　│　　│　　│　　└女子（素庵妻）
　　　　　│　　│　　├周三─宗活┬長庵─長達
　　　　　│　　│　　│　　　　　└宗似─亀庵
　　　　　│　　│　　└友佐┬道益
　　　　　│　　│　　　　　└守養┬覚元
　　　　　│　　│　　　　　　　　└雪渓和尚
　　　　　│　　│　　角倉　　　　京角倉
　　　　　│　　├宗桂┬了以┬素庵┬玄紀┬玄通
　　　　　│　　│　　│　　│　　│　　├玄高
　　　　　│　　│　　│　　│　　│　　├玄順
　　　　　│　　│　　│　　│　　│　　└玄豊
　　　　　│　　│　　│　　│　　嵯峨角倉
　　　　　│　　│　　│　　│　　└巌昭─玄秀
　　　　　│　　│　　│　　└長因
　　　　　│　　│　　├宗恂┬宗達┬宗恪─宗運
　　　　　│　　│　　│　　│　　├金地院僧録司
　　　　　│　　│　　│　　│　　└素元
　　　　　│　　│　　│　　├云宅
　　　　　│　　│　　│　　└傳庵─宗佐
　　　　　│　　│　　└侶庵
　　　　　│　　├光茂┬宗運─周庵┬道宇
　　　　　│　　│　　│　　　　　├久永
　　　　　│　　│　　│　　　　　└光由
　　　　　│　　│　　├宗栄┬宗利─少助
　　　　　│　　│　　│　　└岐山和尚
　　　　　│　　│　　├壽印
　　　　　│　　│　　└伯蒲和尚
　　　　　│　　├曲菴
　　　　　│　　├等玄
　　　　　│　　└理珍比丘尼
　　　　　│堀
　　　　　└紀兵衛─孫三郎─宗左─道可─五左衛門
```

吉田徳春（1384−1468）、吉田宗臨（?−1541）、吉田宗忠（?−1565）
吉田宗桂（?−1572）。

図2.1

さてここで、上述のパンフレットから角倉のいわれを引用しておく。「角倉の本姓吉田氏は、近江

佐々木源氏の一流で、宇多天皇の末裔佐々木秀義の六男（四男は源平合戦の折、宇治川の先陣で知られた高綱）六郎冠者厳秀が滋賀県愛知郡豊郷町に封され吉田氏を称した。現在もこの地に吉田城址がある。その後代々医家となるものが多く、徳春の時代に京都嵯峨に居を構え土倉（金融業）を営み、そこで屋号ともいえる角倉を名乗り、医家系統が吉田、土倉関係などが角倉を名乗った」
とある。

そして周知のように角倉了以は河川事業や朱印船貿易で安南国（現在のベトナム）との交易に乗り出し、巨万の富を築いたのである。

この角倉の一族の中にいた吉田光由は当時の社会に適合した内容を主なるものとした数学書の編集に取り掛かり、1627（寛永４）年に嵯峨の天竜寺の老僧であった玄光に書名と序文・跋文を書いてもらい刊行したのが『塵劫記』である。

『塵劫記』の名の由来は、玄光の言によると「塵劫来事糸毫も隔てずという句に本づく」とあり、「いつまでたっても変わらない真理」として『塵劫記』としたらしい。

この難しい書名とは相反して、『塵劫記』はその内容（これはすぐ後に詳述する）が優れており、かつ読み易いという理由で江戸時代最大のベストセラーとなった。『○○塵劫記』、『塵劫記○○』等の海賊版もかなり出版されたらしく、表題に「塵劫記」の名を付す和算書は明治時代半ばまでに数百種にも及ぶ。

因みに京都の常寂光寺（角倉了以とゆかりの深い寺）境内には『塵劫記』の顕彰碑が建立されている（昭和53年）。

さて次に、『塵劫記』の内容の主なるものを見ていく。前節で見た様に『塵劫記』の初版は1627（寛永４）年に出版されているのだが、これの内容は以下の通りである。

１．基数について：

一・十・百・千・万・億・兆・京(けい)・垓(がい)・杼(ちょ)・穣(じょう)・溝(こう)・澗(かん)・正(せい)・載(さい)・極(ごく)・恒河沙(ごうかしゃ)・阿僧祇(あそうぎ)・那由他(なゆた)・不可思議(ふかしぎ)・無量大数(むりょうたいすう)（現在でも殆ど使われない数詞が多い。因みに太陽系の直径が 1.39×10^{9} m で10億の位の数、宇宙の全体の星の数が 10^{22} 個で100垓の位の数である。このような大きな数詞を整理統合した事は世界でも比類なき優れた事であると言われている)。

２．小さな数について：

分(ふん)$\left(10^{-1}\right)$・厘(りん)$\left(10^{-2}\right)$・毫(もう)$\left(10^{-3}\right)$・絲(し)$\left(10^{-4}\right)$・忽(こつ)$\left(10^{-5}\right)$・微(び)$\left(10^{-6}\right)$・繊(せん)$\left(10^{-7}\right)$・沙(しゃ)$\left(10^{-8}\right)$、塵(じん)$\left(10^{-9}\right)$・埃(あい)$\left(10^{-10}\right)$（小さな数詞でも、大きな数詞と同様の事が言える。最新技術である nano-technology の１nm＝1塵$\left(10^{-9}\right)$m である)。

３．米の量の単位につて：

石(こく)＝10斗、斗(と)＝10升、升(しょう)＝10合、合(ごう)＝10勺、勺(しゃく)＝10抄、抄(さい)＝10撮、撮(さつ)＝10圭、圭(けい)＝10粟(ぞく)。

４．田の単位について：

１町（60間四方、１間＝６尺５寸)、１反(たん)（360坪、今は300坪)、１畝(せ)（30歩)、１歩（１坪）等の名称。

５．九九について。

６．割算の九九について。

７．割算と掛算について：

$A \div 5 = A \times 0.2$，$A \div 25 = A \times 0.04$，$A \div 2 = A \times 0.5$，$A \div 125 = A \times 0.008$。

８．米の売買について：

例えば、米１石についての代金が26匁５分であるとき、３貫259匁５分でいくらの米が買えるか（３貫259匁５分÷26匁５分＝123石）。

９．金や銀の両替について。

10. 利息の計算について：

例えば、124匁の銀をある期間を通して利率２割５分で借りた。いくら返す事になるか（124×1.25＝155）。

11. 絹布の売買について。

12. 外国品の買物について：

例えば、３人の商人が輸入品を買う。持ち金は１人目が銀64貫800目、２人目が52貫300目、３人目が42貫900目で合わせて160貫目である。人参250斤、…を３人の持ち金に比例して分ければそれぞれいくらか（例えば、１人目の人参は250÷160×64.8＝101.25斤）。

13. 舟の運賃について：

例えば、舟１艘に米を250石積んで運ぶとき、運ぶ米100石につき７石が運賃である。またその運賃は運ぶ米250石から払うものとすると、運賃はいくらになるか（250÷107×7＝16.35514…）。

14. ますの大きさについて：

様々な形のますの容積を出す問題。

15. 検地について：

様々な形（円形も含む）の土地の面積を求める問題。円周率πは3.16を使用している。

16. 収穫と税について。

17. 金箔の売買について：

例えば、４寸四方の金箔1500枚がある。これを３寸四方の金箔に直すと何枚になるか（4×4×1500÷(3×3)＝2666.666…）。

18. 材木の計算について：

例えば、切り口は直径５寸の円で長さ１丈６尺２寸５分の丸木がある。これを５寸角と交換すると、その長さはいくらか（ここでは、$\dfrac{\pi}{4}$の近似値として0.8を使って16.25×0.8＝1丈３尺と計算している。

正確には、$\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 \pi \times 16.25 \div 5^5 = \dfrac{\pi}{4} \times 16.25 = 4.0625\pi = 12.7627\cdots$）。

19. 河川の工事について：

例えば、堤を作るときの盛り土の量を求める問題等。

20. いろいろな工事について：

例えば、屋根を葺くときの葺き板の枚数を求める問題等。

21. 木の高さを測る事について：

鼻紙（正方形の紙）を対角線で折り直角２等辺３角形の相似を利用して木の高さを測る。この事については、拙稿（「初等数学について」大阪商業大学論集第124号、p. 112）でも論述した。

22. 測量について。

23. 開平法について：

例えば、面積が15129坪（間^2）の正方形の１辺の長さ（間）を求めよ（$\sqrt{15129}=123$ 間の計算の仕方を具体的に述べている。現在電卓の普及に相俟って、この計算を電卓に頼らずに出来る者が減少している。現在の中学の知識があれば出来るのだが、恐らく現行の教科書には取り扱われていない)。

24. 開立法について：

立方体の体積が1728（間^3）のとき、その立方体の1辺の長さ（間）を求めよ（$\sqrt[3]{1728}=12$ 間の計算の仕方を具体的に述べている。この計算を江戸時代の人々は出来たのに、現在電卓に頼らずに出来る者は皆無であろう)。

この様に『塵劫記』の内容を見ると、どこまでの内容を自分のものにするかは別問題として、非常に日常生活に密着した具体的かつ簡潔な問題、しかも同時に数学的にも発展性を内包した問題（特に土地の面積、容器の容積、開平・開立法等）が多い事は注目すべきである。

即ち、初学者には十二分にその要求に応える事が出来、数学を更に進んで勉強しようとする者にも十分その要求に応える事が出来た書物であると言える。この様に読者層を限定しない事と、そしてまた『塵劫記』は日本における一般人向けの数学書物として最初の体系的なものであったという事とがプラスの相乗効果を齎した。『塵劫記』が非常に良く売れた理由がここにある。

さて、『塵劫記』の内容はこれだけではない。と言うのは前節で見た様に、1629（寛永６）年、1631（寛永８）年、1634（寛永11）年、1641（寛永18）年と改訂されており新たな内容が取り込まれているのである。次にこれらの主なものについて見ていく事にする。

Ⅰ.「絹盗人を知る算」（絹を盗んで分配する計算）：

何人かの盗人が橋の下で盗品の反物を分配している。橋の上で、その様子を聞いていると、１人に12反ずつ分けると12反余り、14反ずつ分けると６反不足するという。盗品の反物と盗人の人数を求めよ（中学の方程式でも解けるが、算数で解かないと趣に欠ける。算数での解き方は拙稿「初等数学について」大阪商業大学論集第124号、p. 113で論じた。盗人９人、反物120反)。

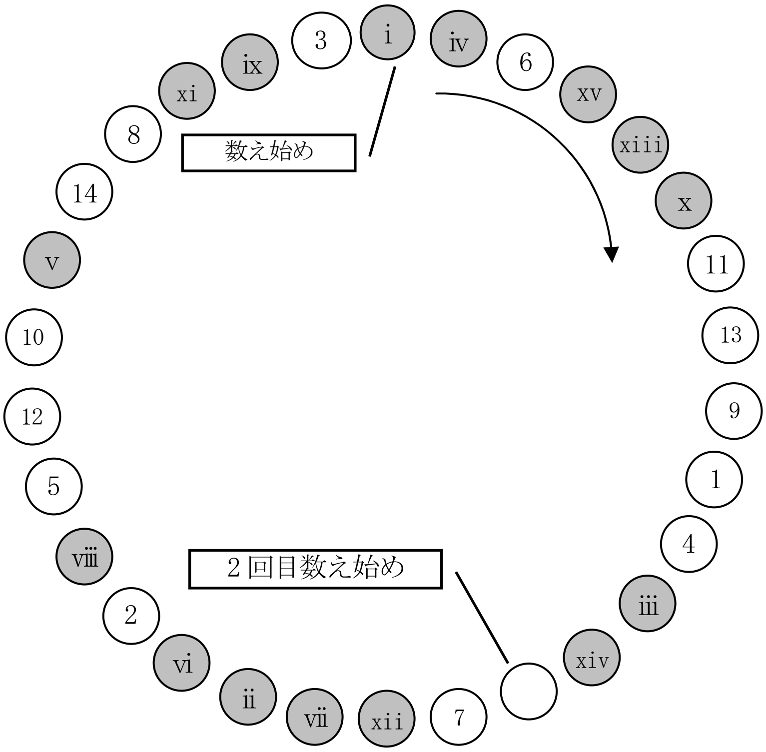
Ⅱ.「入れ子算」：

８つ入れ子の鍋が在る。大きさは小さい順に１升、２升、…、８升である。この８個の値段が合わせて銀で43匁2分であるとき、１升なべの値段はいくらか（$43.2\div\sum_{k=1}^{8}k=1.2$）。

Ⅲ. 「継子立」:

　ある男に子が30人いる。15人は先妻の子で、残りの15人は現在の妻の子である。この30人を庭の池の周りに輪を作って立ち並べ、ある子のところから時計回りに数え始めて10人目の子をその輪から除く。これを繰り返して29人まで除いて残った１人にその家を相続させる事にした。

　継母は図2.2のようにうまく子を並べた。図2.2の「数え始め」のところから数え始めてみると14人まで除かれた子は全て先妻の子であったので、残った１人の先妻の子が「このまま数えれば、次は自分が除かれて不公平だ。今から自分から数えてほしい」と申し出た。親は「是非もない事だ」と承知して、その通りに数えて10人目を除いていくと、次からは15人全てが後妻の子が除かれたという。



○は先妻の子、●は後妻の子を表す。
また中に付した数字は取り除かれる順番を表す。
1、2、3、…は先妻の子が取り除かれる順番を、
ⅰ、ⅱ、ⅲ、…は後妻の子が取り除かれる順番を表す。

図2.2

Ⅳ.「鼠算」：

例えば、正月に鼠のつがいがいる。このつがいが子を12匹産み、親子合わせて14匹になる。この14匹が２月には７組のつがいになって、１組のつがいそれぞれ12匹の子を産み、98匹になる。これが３月には49組のつがいになって、それぞれ12匹の子を産む。

このように毎月子を産むとすると、12月の終わりには全部で何匹になるか（$2\times 7^{12}=27682574402$匹）。

Ⅴ.「日に日に1倍の事」：

１倍とは現在で言う２倍の事である。例えば、米１粒を毎日前日の２倍ずつ増して貯えるとき、30日目はいくらになるか。また、１升桝に60000粒米が入るものとすれば、いくらになるか（$2^{29}=536870912$粒、536870912÷60000＝8947.84853…＝89石4斗7升8合4勺…）。

Ⅵ.「カラス算」：

例えば、999羽のカラスが999浦にいる。どのカラスも999声ずつ鳴くとすれば全部で何声鳴くか（$999^{3}=997002999$声）。

Ⅶ. 油はかり分け算：

１斗桶に油が１斗入っている。７升桝と３升桝を用意して、これを使って５升と５升に分けたい。その方法を述べよ。

Ⅷ. 百五減算：

碁石がいくつかある。まず７個ずつ引くと２個残り、５個ずつ引くと１個残り、３個ずつ引くと２個残るという。碁石の個数は幾らか（唯一の答ではないが、86個。百五減算については、拙稿「初等数学について」大阪商業大学論集第124号、p.114で紹介した）。

Ⅸ. 薬師算：

図2.3の様に正方形状に並べた碁石を1辺に並んだ碁石の数（a とし、a≧4としておく）を単位にして、図2.4の様に並べ替える。このとき、余った碁石の数（b とする）だけを聞き、最初に在った碁石の総数（4a−4となる）を求めよ（a≧4ならば a−4＝b なので、4a−4＝4b＋12。つまり b を４倍して12を加えれば良い。図2.3、2.4の場合、b＝4 なので4×4＋12＝28個。しかし a＝2,3のときは、

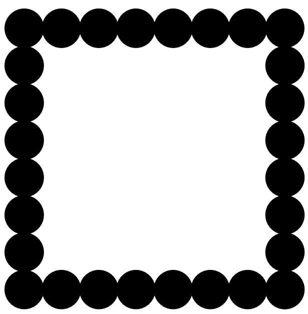


図2.3

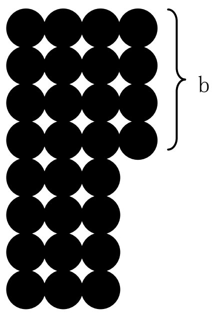


図2.4

この順に b＝0,2となるが、碁石の総数４個、８個は上述の4b＋12の方法では求められない事を注意しておく。因みに薬師如来は12の誓願を立てて仏となり、12の神将を随え、その縁日は毎月の12日である。この問題をなぜ薬師算と言うかといえば、薬師如来に関係ある数字12を最後に必ず加えるからである)。

Ⅹ．円と正方形：

例えば、１辺の長さが１尺３寸の正方形と等しい面積の円の直径（2r とする）はいくらか（$2r = 13\sqrt{\dfrac{4}{\pi}} = 14.66892\cdots$ より、およそ１尺４寸６分７厘。『塵劫記』では $\sqrt{\dfrac{4}{\pi}}$ の近似値として1.125を使用し、13×1.125＝１尺４寸６分２厘５毛としている)。

Ⅺ．４人で３匹の馬に順に乗る計算：

６里の道を４人が３匹の馬に同じ距離ずつ乗って行くとき、１人何里ずつ乗ればよいか（３×６÷４＝4.5、4.5÷３＝1.5里ずつ４人が３匹の馬上、徒歩を順番に交代すればよい。他の乗り方は拙稿「初等数学について」大阪商業大学論集第124号、p.113を参照の事)。

Ⅻ．橋の工事の費用を町に割り当てる計算：

２つの橋にかかった費用は全部で21貫目の銀である。この内７貫目をこの２つの橋の間の４町と橋の両外側の３町と７町との合計14町が負担する。

今２つの橋の間の４町は同額とし、橋の外側の町は橋から離れる順に銀１枚（43匁）ずつ少なくなるものとする。２つの橋の間の町はいくら負担する事になるか（7000＋{(1＋2＋3＋4＋5＋6＋7)＋(1＋2＋3)}×43÷14＝604.428…匁)。

XIII．親から譲られる金の分配計算：

例えば、1800貫目の銀を子供７人に分け与える親がいる。長男の銀高の５割引きが次男の銀高で、次男の１割引きが三男、三男の５割引きが長女、三男の１割引きが五男、五男より六男は１割引き、六男より七男は１割引きである。

このとき長兄が与えられる銀高はいくらか（長兄を１とすると次男以下はそれぞれ、0.5、0.5×0.9、0.5×0.9×0.5、0.5×0.9×0.9、0.5×0.9×0.9×0.9、0.5×0.9×0.9×0.9×0.9なのでこれらを総合計すると、3.27255。1800÷3.27255＝550.02979…貫)。

XIV．大工の賃金計算：

上大工540人、中大工1100人、下大工860人の合計2500人の賃金が米で100石である。

上１人の賃金より中１人の賃金は７合少なく、中１人の賃金より下１人の賃金は８合少ない。

上１人の受け取る米の量はいくらか（1100×７合＋860×（７合＋８合)＝20石６斗、(100石＋20石６斗)÷2500＝４升８合２勺４抄。本質的には上のⅫと同じ問題)。

XV．百万騎の人数：

百万騎の人数がいる。１間に２人ずつ立てば、どれ程の長さになるか。但し、１間＝６尺５寸、１町＝60間、１里＝36町とする（1000000÷2÷60÷36＝231.481…里＝231里17町19間…)。

1641（寛永18）年には遺題が載っている『新篇塵劫記』が刊行されるのだが、遺題のみならず、これにも新しい内容が加わっているがここでは遺題共に割愛する事にする。

この様に『塵劫記』改訂以後の内容を上で見てきたわけであるが、その特徴は、現実的にはあまり在り得ない題材を問題にしている。そして何よりも、Ⅲ、Ⅶ、Ⅷに代表される現代で言う数理パズル的な問題が多い。吉田光由が効率至上主義の今で言えば無駄と言下に判断されてしまうこの様な数理パズル的な問題を改訂版に盛り込んだ真意は、筆者には分からない。

しかし、私見であるがこの種の問題は一般的に見て数学的に発展性がある。そして、何よりも大事な事であるが、この種の問題に触れるには精神的余裕、つまり良い意味での「必要なムダとしての遊び心」（筆者は数学においてこれの大切さを拙稿「数学教育における応用問題というムダの効用性」大阪商業大学論集第112・第113号合併号、p. 887－p. 910で論じた）が必要であり、これこそが和算が明治初期まで脈々と受け継がれてきた原動力になっている。この事は、遺題継承や算額奉納の江戸時代の風習からも分かる事である。

そして、明治時代に洋算を移入して、いち早く理解し得たのも和算で培われた数学的素地があっての事である。

吉田光由の先見の明に敬意を払うばかりである。

３.「継子立」、油はかり分け算、百五減算

本節では、前節で見た「継子立」、油はかり分け算、百五減算を取り上げ具体的に論じる。

「継子立」:

継子立は西洋でも古くから Josephus の問題、或いはトルコ人とキリスト教徒の問題として知られていた。現在では非常に問題の有る文であるが、次の様なものである。あくまでも架空の話として了承して頂きたい。

15人のキリスト教徒と15人のトルコ人が同じ船に乗っている。この船が難破したとき、船長は15人を犠牲にして海に投じる事にした。そこで、キリスト教徒は30人をキリスト教徒達に都合の良い並べ方をして、９番目に当たる人を次々に海に投じたら、残った15人は全てキリスト教徒達であったという。

どの様な並べ方をしたのであろうか。答えは次の通り：

キキキキトトトトトキキトキキキトキトトキキトトトキトトキキト。

但し、ト、キは各々トルコ人、キリスト教徒を表し、左端から数え始め、最後尾に来たらまた左に戻る。

さて、「継子立」を数学的に解明したのは関孝和であり、彼の著書『算脱之法』にその説明が載っている。人を並べる代わりに、石を並べる事にして、以下それを紹介する。

正確を期する為に、問題をもう一度きちんと述べておく。

「総数$n\ (\geq 2)$個の石に$1, \cdots, n$と数を付して、付した数の小さい順に右回り（左回りでも良いが仮にこうしておく）に輪状に並べる（$n=2$の場合は輪状に並べられないが、輪状に並べると解釈

する)。そして数１を付した石から１, …, m（$1 \le m \le n$）と右回りに数え始めていき、数mを付している石を取り除く。

次に数$\begin{cases} m+1 & (1 \le m \le n-1) \\ 1 & (m=n) \end{cases}$を付した石から数え始めて$m$番目の石を取り除く。

以後同様に、順次m番目毎の石を取り除くという操作を繰り返し、残る石が１個になるまでこの操作を続行するものとする。

このとき、自然数N_n（$1 \le N_n \le n$）を最後に残る石に付されている数として定義し、$N_1 = 1$と定義する。

このとき、$N_n = 1$を満たすn, mの値を求めよ。」

先ず１回目の操作終了（数mが付された取り除かれるべき最初の石を取り除いた）後に残っている石の総数は、自明だが$(n-1)$個である。そこで、もし必要であるならば（$m = n$のときは不要である)、2回目の数え始めとなる（数$m+1$ $(1 \le m \le n-1)$を付した）石から順に右回りに新たに１, …, $n-1$と、残っている$(n-1)$個の石に数を付し直す。

少し注意しておくが、数を付し直しただけで最終的に残る１つの石自体は不変である。

ここでN_nとN_{n-1}との関係は、新たに数を付し直す事によって最初に付した数がmだけずれる事になる。しかし、最初の石の総数はn個なので合同式で考えれば、次の様な漸化式で与えられる事になる：

$$N_n \equiv N_{n-1} + m \pmod{n}。$$

m =10の場合を$1 \le N_n \le n$に注意して少し見てみよう。表3. 1にn =30のときまでを計算してまとめてある。この表3. 1の計算結果によると、m =10のとき$N_n = 1$を満たす30以下のnの値は、n =1, 16, 22の3つだけである。

この事実は$N_n = 1$となる機会はn =16のときを見逃せばn = 1 のときにしかないので、前節の「継子立」において14人の先妻の子のみが次々と取り除かれてしまい残っている子の人数が30－14＝16人となったとき、先妻の子としては最後の１人となった者が「今度は自分から数え始めてほしい」と言ったタイミングは正に絶好のタイミングであった事を物語っている。

n =22つまり8人の先妻の子が取り除かれたときに、「今度は自分から数え始めてほしい」と残っている先妻の子の誰かが提言したとしたら、時期尚早としてその提言は却下されたに違いない、と考えるのは筆者だけであろうか。

兎に角、前節の「継子立」は出来過ぎているほどに出来ている。また後に「継子立」の変形問題も和算には登場するのだが、ここではその詳細は割愛し、その事実だけを述べておく。

$N_1 = 1$	$N_{16} \equiv N_{15} + 10 = 17 \pmod{16}$,　$N_{16} = 1$
$N_2 \equiv N_1 + 10 = 11 \pmod{2}$,　$N_2 = 1$	$N_{17} \equiv N_{16} + 10 = 11 \pmod{17}$,　$N_{17} = 11$
$N_3 \equiv N_2 + 10 = 11 \pmod{3}$,　$N_3 = 2$	$N_{18} \equiv N_{17} + 10 = 21 \pmod{18}$,　$N_{18} = 3$
$N_4 \equiv N_3 + 10 = 12 \pmod{4}$,　$N_4 = 4$	$N_{19} \equiv N_{18} + 10 = 13 \pmod{19}$,　$N_{19} = 13$
$N_5 \equiv N_4 + 10 = 14 \pmod{5}$,　$N_5 = 4$	$N_{20} \equiv N_{19} + 10 = 23 \pmod{20}$,　$N_{20} = 3$
$N_6 \equiv N_5 + 10 = 14 \pmod{6}$,　$N_6 = 2$	$N_{21} \equiv N_{20} + 10 = 13 \pmod{21}$,　$N_{21} = 13$
$N_7 \equiv N_6 + 10 = 12 \pmod{7}$,　$N_7 = 5$	$N_{22} \equiv N_{21} + 10 = 23 \pmod{22}$,　$N_{22} = 1$
$N_8 \equiv N_7 + 10 = 15 \pmod{8}$,　$N_8 = 7$	$N_{23} \equiv N_{21} + 10 = 11 \pmod{23}$,　$N_{23} = 11$
$N_9 \equiv N_8 + 10 = 17 \pmod{9}$,　$N_9 = 8$	$N_{24} \equiv N_{23} + 10 = 21 \pmod{24}$,　$N_{24} = 21$
$N_{10} \equiv N_9 + 10 = 18 \pmod{10}$,　$N_{10} = 8$	$N_{25} \equiv N_{24} + 10 = 31 \pmod{25}$,　$N_{25} = 6$
$N_{11} \equiv N_{10} + 10 = 18 \pmod{11}$,　$N_{11} = 7$	$N_{26} \equiv N_{25} + 10 = 16 \pmod{26}$,　$N_{26} = 16$
$N_{12} \equiv N_{11} + 10 = 17 \pmod{12}$,　$N_{12} = 5$	$N_{27} \equiv N_{26} + 10 = 26 \pmod{27}$,　$N_{27} = 26$
$N_{13} \equiv N_{12} + 10 = 15 \pmod{13}$,　$N_{13} = 2$	$N_{28} \equiv N_{27} + 10 = 36 \pmod{28}$,　$N_{28} = 8$
$N_{14} \equiv N_{13} + 10 = 12 \pmod{14}$,　$N_{14} = 12$	$N_{29} \equiv N_{28} + 10 = 18 \pmod{29}$,　$N_{29} = 18$
$N_{15} \equiv N_{14} + 10 = 22 \pmod{15}$,　$N_{15} = 7$	$N_{30} \equiv N_{29} + 10 = 28 \pmod{30}$,　$N_{30} = 28$

油はかり分け算：

この問題の本質は、２元１次不定方程式の（有理）整数解を求める事にある。
不定方程式についての詳細は、初等整数論関係の適当な専門書物（例えば、高木貞治、初等整数論講義、共立出版、1931）を参考にして頂きたい。また、拙稿「*RSA* 暗号について」大阪商業大学論集第126号、p. 65－p. 89においてもかなり詳しく論じている。

先ず、油はかり分け算に必要な数学的事実を定理の形で述べておく事にする。

定理　a, b, $c \in \mathrm{Z}$, $ab \neq 0$, g を a と b との最大公約数とするとき、２元１次不定方程式

$$ax + by = c \cdots ①$$

に対して次の(1)、(2)が成立する：

(1)　２元１次不定方程式①が（有理）整数解を持つための必要十分条件は、g が c を割り切る事である、

(2)　2元1次不定方程式①が1組の（有理）整数解 $x = x_1$，$y = y_1$ を持つならば①は無数の（有理）整数解を持ち、それらは t を任意の（有理）整数として、$x = x_1 - \dfrac{b}{g}t$，$y = y_1 + \dfrac{a}{g}t$ という形で与えられる。■

さて、前節の問題は７升桝、３升桝を各々 x 回、y 回使用して５升を量り取る事にすると、次の２元１次不定方程式

$$7x + 3y = 5 \cdots ②$$

の（有理）整数解を求めれば良い事になる。

７と３との最大公約数は１であり、１は５を割り切るので上述の定理の（１）により、②は（有理）整数解を持つ事が保障される。

②の１組の（有理）整数解は、今の場合は試行錯誤でも $x = -1$，$y = 4$ と求まる（勿論、試行錯誤によらず系統的に求める方法が存在するが割愛する。拙稿「*RSA* 暗号について」参照)。

従って、上述の定理の(2)により、②の（有理）整数解は t を任意の（有理）整数として、$x = -1 - 3t$，$y = 4 + 7t$ という形で与えられる。

尚、上で求めた $x = -1$，$y = 4$ は $t = 0$ の場合である。

ここで、少し注意しておくが $x = -1$ つまり７升桝を－１回使用するという事は事実上おかしい事ではあるが、７升桝１杯分を汲み戻すと解釈する事にする。この事の意味は、以下の解答を与えるところで鮮明になる。

前節の問題の解答を例えば $t = 0$，-1 の２つの場合において、各々与えておく。

$t = 0$（$x = -1$，$y = 4$）の場合：

７升桝を－１回使用し、３升桝を４回使用すれば５升を量り取る事になる。普通に考えれば、３升×４＝12升分を汲み出し、７升×１＝７升分を汲み戻せば良いのだが、油は全部で１斗＝10升しかないのでこれは不可能である。

この不可能を可能にするには次の様にすれば良い。

	１斗桶＝10升	７升桝	３升桝
初め	10	0	0
３升の１回目の汲み出し	7	0	3
３升の２回目の汲み出し	7 4	3 3	0 3
３升の３回目の汲み出し	4 1	6 6	0 3
７升の１回目の汲み戻し	1 8	7 0	2 2
３升の４回目の汲み出し	8 5 5	2 2 5	0 3 0

表3.２

$t=-1$（$x=2$, $y=-3$）の場合：
７升桝を２回使用し、３升桝を－３回使用すれば５升を量り取る事になる。普通に考えれば、７升×２＝14升分を汲み出し、３升×３＝９升分を汲み戻せば良いのだが、油は全部で１斗＝10升しかないのでこれは不可能である。

この不可能を可能にするには次の様にすれば良い。

	１斗桶＝10升	７升桝	３升桝
初め	10	0	0
７升の１回目の汲み出し	3	7	0
３升の１回目の汲み戻し	3 6	4 4	3 0
３升の２回目の汲み戻し	6 9	1 1	3 0
７升の２回目の汲み出し	9 2	0 7	1 1
３升の３回目の汲み戻し	2 5	5 5	3 0

表3. 3

またこの問題は次の様にグラフ理論の問題としても解く事が出来て、最短手順が良く分かるところに利点がある。
さて、(a, b, c)で10升桶、７升桝、3升桝に各々a, b, c升入っている状態を表すものとし、初期状態$(10, 0, 0)$から移る事の出来る状態を全て矢印で結ぶと次の図3. 1を得る。

百五減算：

ある（有理）整数を3、5、7で割ったときの余りを各々a, b, cとするとき、その（有理）整数はtを任意の（有理）整数として、

$$70a+21b+15c+105t$$

という形で与えられる事が知られている。

然るに、前節の問題の解答は$70\times 2+21\times 1+15\times 2+105t=191+105t$で与えられるが、$t=-1$のときが前節で述べた解答191－105＝86である。ここで105を減じるので百五減算という名前となったのである。

しかしこれが唯一の解でなく、解は$t=0, 1, \cdots$のとき、191、296、…と無数に存在する。

この百五減算は中国の古算書『孫子算経』（六朝時代）に見られる。そこには「百五減算」という名称は用いられていない。と言うか当時百五減という呼称は存在しなかった。我が国では、正平２（1347）年に虎関師錬が著した『異制庭訓（ていきん）往来』には「百五減」の名が見える。

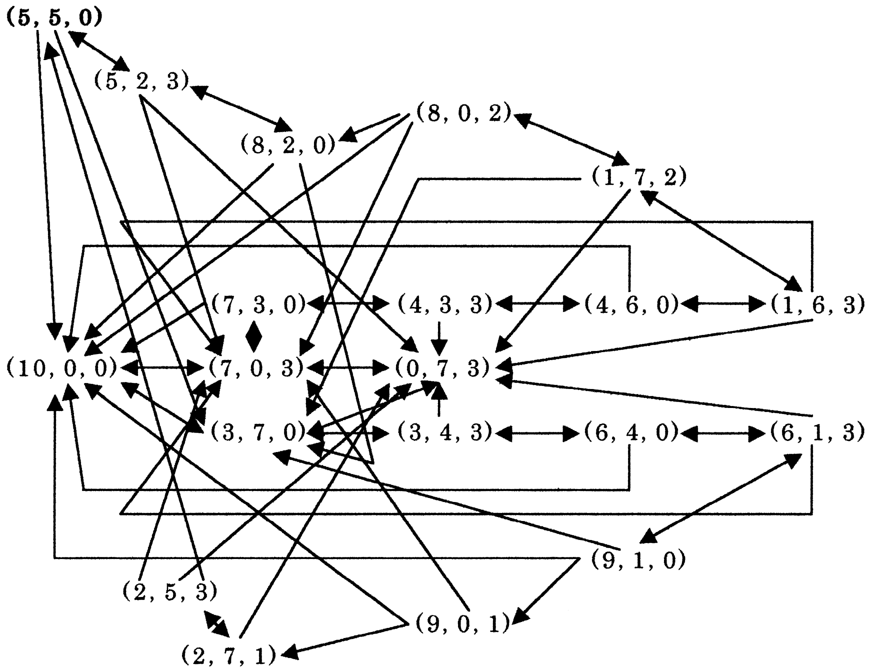


図3. 1

『孫子算経』にある実際の問題は次の様な問題である。

今、物アリ、ソノ数ヲ知ラズ、三・三トコレヲ数フレバ、アマリ二。五・五トコレヲ数フレバ、アマリ三。七・七トコレヲ数フレバ、アマリ二。問フ、物幾何。

そして解答として、次の様に述べてある。

術ニ曰ク、三・三トコレヲ数フルトキノアマリ二ニ一百四十ヲ置キ、五・五トコレヲ数フルトキノアマリ三ニ六十三ヲ置キ、七・七トコレヲ数フルトキノアマリ二ニ三十ヲ置キ、コレヲアワセテ二百三十三ヲ得。二百一十ヲモッテコレヲ減ズレバ、スナワチ得。

オヨソ三・三トコレヲ数フルトキノアマリ一ナラバ、スナワチ七十ヲ置キ、五・五トコレヲ数フルトキノアマリ一ナラバスナワチ二十一ヲ置キ、七・七トコレヲ数フルトキノアマリ一ナラバスナワチ十五ヲ置き、一百六以上ハ一百五ヲ減ズレバスナワチ得ルナリ。

さて、百五減算に関してはもっと一般的に次の定理が知られている。

定理（孫子の剰余定理） 相異なるどの2つも互いに素(最大公約数が1)であるような r 個の任意の整数 $m_1,\cdots,m_r$ に対して、次の(1)、(2)が成立する：

(1)　任意の r 個の整数 $a_1,\cdots,a_r$ に対して、次の連立合同式

$$\begin{cases} X \equiv a_1 \pmod{m_1} \\ \quad\cdots\cdots \\ X \equiv a_r \pmod{m_r} \end{cases}$$

を満たす整数xが存在する、

(2) 整数xが上の連立合同式を満たすならば、一般の解は、

$$X \equiv x \pmod{m_1 \cdots m_r}$$

で与えられる。■

但し、上の定理で、任意の整数a, bと0ではない任意の整数$c \neq 0$とに対して、$a-b$がcで割り切れるかつそのときに限り、その事実を$a \equiv b \pmod{c}$で表している。そしてこの様な式を合同式と呼んでいる。

上の定理を適用すれば、前節の百五減算の解は殆ど自明であるが、以下に初等的な解法を示して本節を閉じる事にする。

碁石の個数をx個とすると、xは 7 で割ると 2 余り、5 で割ると 1 余り、3 で割ると 2 余るというのだから、次の連立方程式

$$\begin{cases} x = 7n_1 + 2 \\ x = 5n_2 + 1 \\ x = 3n_3 + 2 \end{cases}$$

を満たす整数n_1, n_2, n_3が存在する。

第１、２式から、$7n_1 + 2 = 5n_2 + 1$、つまり、$7n_1 - 5n_2 = -1 \cdots$①を得る。一方、$7 \times 2 - 5 \times 3 = -1 \cdots$②なので、①−②より、$7(n_1 - 2) = 5(n_2 - 3)$を得る。

ここで、7 と 5 とは互いに素である事に注意すれば、$n_2 - 3$が 7 で割り切れなければならない（この事実は証明すべき事ではあるが割愛する)。よって、$n_2 = 7q + 3$を満たす整数qが存在する。

第２式に$n_2 = 7q + 3$を代入して整理すれば、$x = 35q + 16$を得る。これと第3式から、$3n_3 - 35q = 14 \cdots$③を得る。一方、$3 \times 28 - 35 \times 2 = 14 \cdots$④なので、③−④より、$3(n_3 - 28) = 35(q - 2)$を得る。

ここで、3と35とは互いに素である事に注意すれば、$n_3 - 28$が35で割り切れなければならない。よって、$n_3 = 35r + 28$を満たす整数rが存在する。

第3式に$n_3 = 35r + 28$を代入整理すれば、$x = 86 + 105r$を得る。前節の解答は、$r = 0$の場合である。

４.「算額」について

本節では、「算額」について appendix 的に述べる。

第１節で見た様に、遺題本『塵劫記』に端を発し1640年代頃から始まった遺題継承の風習は、1670年代頃に関孝和（たかかず）の登場をもって終焉を迎える事になった。

これと並行して、江戸時代の前半（17世紀半ば）頃から流行し、1900年頃まで続いた風習に「算額」奉納がある。現在ではこの風習をもう一度見直し、小・中・高校生達が「算額」を奉納しようという催しが各地であると聞く。

ここで、「算額」とは何かを説明しておく。一般的に「算額」とは木の板に算術の問題（オリジナ

ルなものも在るが、そうでないものも在る。また程度はかなり高度なものも在る)、答、答に至るまでの筋道（術文と言う）を書き、それを額（大きさや形は多様である）にして神社や寺に奉納したものである。また、そうする事を「算額」奉納と言う。

この「算額」奉納の風習は和算家達には勿論、庶民の間にも広がりを見せた。そして結果として、この風習が庶民の間に広く和算を浸透させる一助と成った事実がある。これは、現在の数学教育の観点からも注目すべき、かつ反省・再考すべき点であると筆者は考える。しかし、これについては別の機会に触れる事にして、ここでは深入りしないでおく。

次に、「算額」を奉納する理由について述べておく。佐藤健一編の『算額道場』（研成社）によれば、次の4つの理由を挙げている。

１．神仏への感謝で奉納：

問題が解ける様になったり、算法の意味が理解出来る様になったりするのは自分の努力もあるが、何か神仏の後押しがあったからであると捉え、感謝する気持ちで奉納する。

２．研究発表の意味で奉納：

自分の研究成果を書物で発表する事は、費用がかかる。それに対して、「算額」を通して発表すれば、手軽である。費用は多少かかるが、書物を出版する事と比べれば、遥かに安く済む。

３．PR として奉納する：

和算にはいくつもの流派が存在する。そこで自分の属している流派の宣伝を兼ねて奉納する。自分達の流派の名前やその流派に属している人達の名前だけを書いた、問題が1問もない「算額」も存在する。

４．記念として奉納する：

和算も時代が経つとカリキュラムが整備され、幾つかの過程の節目が出来る。これらの節目の記念や、或いは師の寿の祝い等の記念として奉納する。

特に、上述の理由２と理由３は人目に付かないと意味が無いので、「算額」は人がよく集まる大きな寺社に奉納されたと推測される。またその為か彩色された「算額」や一目見て問題の内容が視覚的にすぐ理解出来る幾何を題材にした「算額」も多い。

筆者は上の４つの理由以外にも、次の理由も付け加えておきたい。但し断っておくが、私見である。

問題が解けた事の感動や喜びを他者と共有したい、または定理とまで言えるかどうかはさておき、美しい新発見をした事の感動や喜び、またその内容への驚愕や神秘さを他者と共有したいという単純ではあるがごく自然な理由である。

さて、現存または復元された「算額」はどれ位在るかと言えば、全国で凡そ1000面位である。また一方で紛失された「算額」もかなり存在する。一方で「算額」自体は紛失してしまっているが、その内容は保存されている場合もある。また未発見のままであるものもあるであろう。次に述べる様な事例も在るので、完全に内容までも遺失する前に発掘し保存する事は重要な課題である。この点からも「算額」に興味を抱く者が1人でも増える事を筆者は願う。

平成14（2002）年2月8日の朝日新聞の朝刊33面には、作家の故司馬遼太郎の祖父である「惣八」氏が、旧名である「惣右衛門」の名で姫路の英賀神社（この神社は司馬遼太郎の祖父ゆかりの神社である）に「算額」（これ自体は残念ながら遺失している）を奉納していた事実を証明出来る文書が近畿数学史学会副会長の藤井康生氏によって偶然発見されたと報じられている。

この文書は『奉懸算術』という近郷の神社に奉納された「算額」10題が写し取られてあり、それらについて解釈したもので、明治6（1873）年のものである。その中の1つに司馬遼太郎の祖父が奉納した「算額」が写し取られていたのである。この文書には奉納者「惣右衛門」の名も（「算額」自体には奉納者の名が書かれてあるので当然だが）勿論写し取られている。

では、どの様な問題かと言えば、正方形の中に直径の長さが同じである4つの小円と直径の長さが同じである2つの大円が図4.1の様に互いに接する様にして配置されてある。このとき、小円の直径の長さが1寸であるならば、大円の直径の長さはいくらになるかを求めよ、という然程難しくないものである。

「算額」については深川英俊著『例題で知る日本の数学と算額』（森北出版）や日本数学史学会会員の小寺裕のインターネットサイト「和算の館」（http://www.wasan.jp/）等が詳しい。『例題で知る日本の数学と算額』によれば大阪府内に現存または復元された「算額」が14面存在している（表4.1参照）。

本節最後に、上で述べた「算額」に興味を抱く者が1人でも増えよという筆者の心願が成就する事を祈念し、本誌上に紙製「算額」を奉納する事にする（図4.2、4.3、4.4参照）。

但し、「算額」の伝統的な書式、様式は踏襲せず（特に答、術は付けずに）問題のみとしておく。

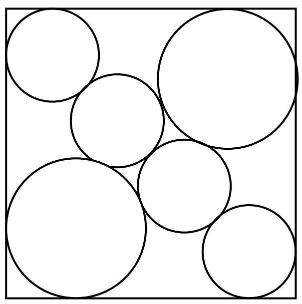


図4.1

年号 (西暦)	寺社名 (所在)	出題者	流派	特徴
文化3年 (1806)	住吉神社 (池田市)	江原正教門人 麻田住祝正猛	関流	市指定文化財
天保14年 (1843)	服部天神社 (豊中市)	吉田伝兵衛	開算近道流	
弘化3 (1846)	総持寺 (茨木市)	西岡門人 堀九良兵衛正明　他	関流	
嘉永元年 (1848)	住吉神社 (池田市)	山口伝三郎久真	関流	市指定文化財
嘉永5年 (1852)	畑天満宮 (池田市)	岩田七平清庸	関流	市指定文化財
嘉永7年 (1854)	総持寺 (茨木市)	岡本門人 上田保治朗　他	開算近道流	
安政4年 (1857)	八所神社 (茨木市)	矢野		
文久元年 (1861)	意賀美神社 (枚方市)	金糖先生門人 岩田清庸	福田派	
文久2年 (1862)	宝池寺 (茨木市)	矢野治右衛門門人 井上新七　他	算盤近道流	
明治9年 (1876)	服部天神社 (豊中市)	井村剛治		洋算 算額
明治24年 (1891)	原田神社 (豊中市)	中西久平門人 井上太兵衛　他	関流	
明治25年 (1892)	国中神社 (四条畷市)	森本市太郎門人 小西萬太郎　他		門人名のみ
明治33年 (1900)	上宮天満宮 (高槻市)	矢野門人 稲葉伊三郎　他		門人の姓名録
弘化3年 (1846)	井於神社 (茨木市)	吉田門人 山野光野助	開算近道流	復元

表4. 1

下図の 4 角形は全て大きさが相異なる正方形で、最下線は直線である。

太い線で示した 3 角形と正方形の面積の関係を問う。

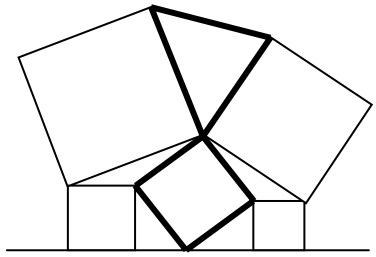


図4.2

次の 2 つの命題

「A かつ B ならば C である」、

「B かつ C ならば D である」、

は共に真であるとする。

このとき，次の命題

「A かつ B ならば D である」、

の真偽を問う。

図4.3

x, y を共に任意の有理整数値をとる変数とするとき，

１次式

$$13x+168y$$

の値は n 以上の全ての有理整数をとるという．

この様な有理整数 n の最小値を問う．

図4.4

参考文献

１．一松信・竹之内脩編、『改訂増補　新数学事典』、大阪書籍、1991 年。
２．上野健爾監修、『和算の時代―日本人の数学力をたどる―』、平成 15 年度京都大学附属図書館公開企画展図録、京都大学附属図書館、2003 年。
３．小倉金之助著、『日本の数学』、岩波新書(赤版)61、岩波書店、1940 年。
４．川本亨二著、『江戸の数学文化』、岩波科学ライブラリー70、岩波書店、1999 年。
５．小寺裕氏のインターネットサイト、「和算の館」、http://www.wasan.jp/
６．佐藤健一著、『吉田光由の『塵劫記』』、研成社、1997 年。
７．佐藤健一著、『新・和算入門』、研成社、2000 年。
８．佐藤健一編、佐藤健一・伊藤洋美・牧下英世著、『算額道場』、研成社、2002 年。
９．佐藤健一・大竹茂雄・小寺裕・牧野正博編著、『和算史年表』、東洋書店、2002 年。
10. 西田知己著、『江戸の算術指南』、研成社、1999 年。
11. 日本数学会編、『岩波　数学辞典　第 3 版』、岩波書店、1985 年。
12. 平山諦著、『東西数学物語　増補新版』、恒星社厚生閣、1973 年。
13. 深川英俊著『例題で知る日本の数学と算額』森北出版、1998 年。
14. 村田全著、『日本の数学　西洋の数学』、中公新書 611、中央公論社、1981 年。
15. 吉田光由著、大矢真一校注、『塵劫記』、岩波文庫、岩波書店、1977 年。
16. 文部科学省科学研究費特定領域研究「江戸のモノづくり」A01・05 班主催、京都デジタルアーカイブ研究センター共催「角倉フォーラム、江戸初期における京都の技術力、角倉一族の活躍」のパンフレット、2003 年。